

Rapport de Stage: master 1 Physique Marine (POC)

INTERACTION ENTRE 2 TOURBILLONS SITUES PRES D'UNE COTE ET D'UNE BAIE

Étudiant:
Abdel-Aziz FADONOUGBO

Encadré Par :
Pr X. Carton

Année 2017-2018

INTERACTION ENTRE 2 TOURBILLONS SITUES PRES D'UNE COTE ET D'UNE BAIE

Stage de M1 MS POC

Mr Abdel-Aziz Fadonougbo – Mai/Juin 2018

Encadré par: Pr X. Carton

Résumé

Dans cette étude on reprendra le travail des Pr Koshel, Carton et leurs collègues. L'interaction entre deux tourbillon «vortex» près d'une cote comportant une baie; cette interaction sera simulée dans un modèle simple (fluid 2D) conçu par M Roulet. Dans un premier temps on va considérer un océan fermé à gauche et à droite (Est & Ouest), et dans la seconde partie on ouvrira les frontières est et ouest de l'océan. On placera les vortex à des positions différentes près de la baie, ou à l'intérieur de la baie et on changera l'ouverture de la baie, le rayon et la polarité des vortex. Le but est de voir l'influence de la distance entre les vortex, et entre les vortex et la cote (mur) sur la fusion éventuelle des vortex. Également on analysera l'influence de la cote, de l'ouverture de la baie pour déterminer si les vortex interagissent à l'intérieur ou à l'extérieur de la baie. On évaluera l'énergie ainsi que l'énstrophie dans quelques expériences. Enfin on analysera l'évolution d'un traceur dans le système pour déterminer les échanges entre la baie et l'extérieur, ou entre différentes partis du domaine.

Table des matières

1. Introduction.....	3
2. Modèle et méthode.....	3
3. Cas d'un océan fermé.....	5
3.1 Vortex placés contre la cote près d'une baie.....	5
3.2 Interaction entre deux vortex l'un contre le mur et l'autre au centre de la baie.....	7
4. Cas d'un océan ouvert aux frontières droite et gauche (ouest et est).....	10
4.1 Vortex placés contre la cote près d'une baie (océan ouvert: ouest et est).....	10
4.2 Interaction entre deux vortex l'un contre le mur et l'autre au centre de la baie (océan ouvert ouest est est).....	13
4.3 Vortex dipôle, l'un contre le mur et l'autre au centre de la baie (océan ouvert ouest est est).....	18
4.4 Vortex dipôle, les deux vortex contre le mur placé symétrique en amont et en aval de l'ouverture de la baie (océan ouvert ouest est est).....	21
5. Analyse du traceur dans le cas de l'océan ouvert aux frontières droite et gauche (ouest et est).....	23
6. Conclusion.....	25
Références.....	26
Annexe.....	27
Engagement de non plagiat.....	31

1. Introduction

Les tourbillons (ci après «vortex») sont une composante essentielle de la dynamique océanique. On les trouve dans l'océan profond comme près des côtes. Ils participent au transport de matière, d'énergie, de polluants et d'espèces marines. Le but du stage est d'étudier, dans un modèle simple, l'interaction entre 2 tourbillons près d'une cote ou d'un tourbillon près d'une cote et d'un tourbillon dans la baie. Cette étude suit les travaux du Pr Koshel et de ses collègues sur les vortex ponctuels dans la même configuration (Ryzhov et al., 2014; Ryzhov & Koshel, 2016; Ryzhov & Koshel, 2018; Ryzhov et al., 2018). La nouveauté ici est d'avoir des tourbillons étendus qui peuvent se déformer ou fusionner. On va donc classer les évolutions des tourbillons dans le code numérique en fonction des paramètres physiques. Un autre objectif est de mesurer l'éjection de fluide de la baie par cette interaction de vortex.

2. Modèle et méthode

On a choisi un modèle de fluide 2D incompressible qui permet des calculs rapides. Le code utilise est fluid2d créé par M Roulet.

On rappelle que l'équation de base qui gouverne le fluide est l'équation de la vorticité

$$\partial_t \omega + J(\psi, \omega) = 0,$$

avec la relation vorticité - fonction de courant $\omega = \Delta \psi$,

et la vitesse horizontale $u = -\partial_y \psi$, $v = \partial_x \psi$

Initialement les vortex ont un profil radial

$$\omega = \omega_0 \exp(-r^2 / \sigma^2)$$

partout ensuite nous aurons $\sigma = R_{\text{vortex}}$

Le schéma spatial et temporel utilisé dans ce modèle est le RK-SSP . Les conditions aux limites sont de glissement sans frottement. Le domaine fluide est composé dans la première partie de l'étude, d'un océan fermé (limité par des murs) et d'une baie; dans la deuxième partie de l'étude, nous avons ouvert les frontières droite et gauche (ouest et est) de l'océan. Pour le domaine océan fermé, le nombre de point point de grille $N = N_x * N_y = 16384$ points, la taille du domaine $L_x = L_y = 1$ Et dans le cas du domaine océan ouvert (  gauche et à droite), $N = 65536$ points et la taille du

domaine est $L_y = 1$ et $L_x = 4*L_y$ d'une part et d'autre part, $N = 131072$ points et $L_y = 2$ et $L_x = 2*L_y$.

La baie se présente comme suit:

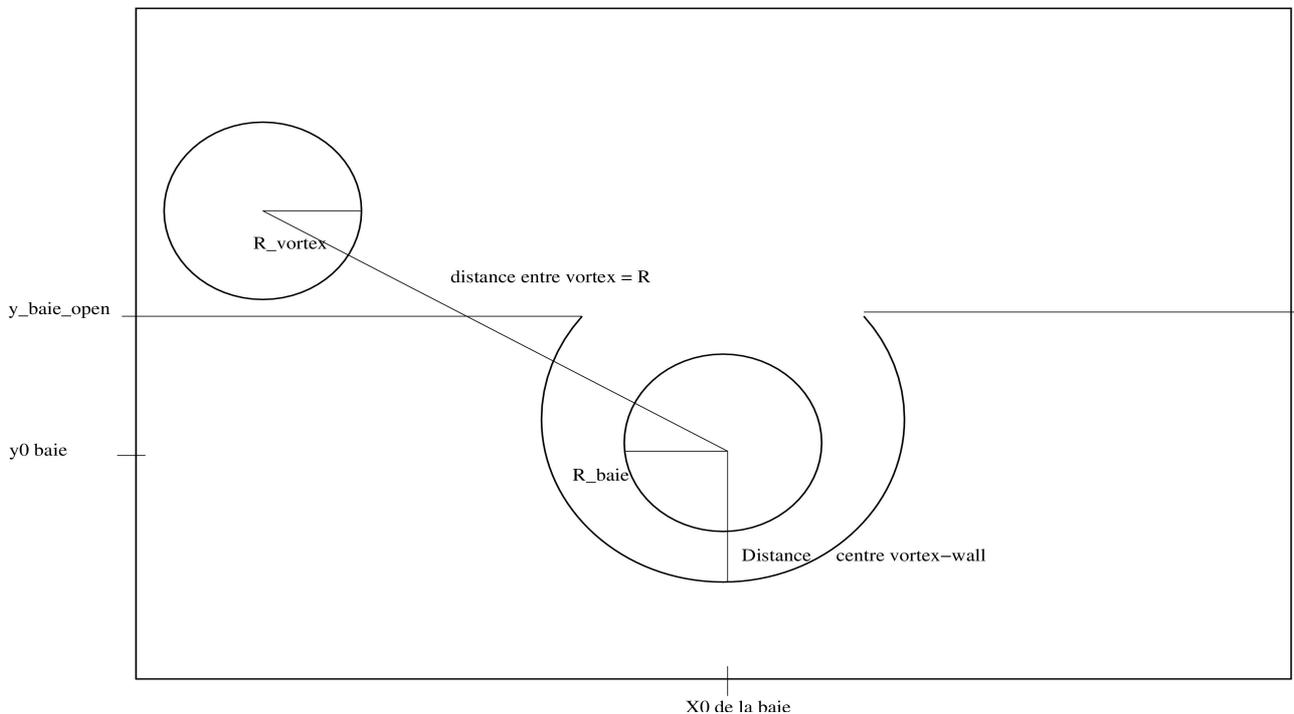


Figure 1: schéma caractéristique de l'expérience: la baie est caractérisée par la position x_0, y_0 de son centre et $y_1 = y_{baie_open}$ la position de l'ouverture de la baie.

Rappelons tout d'abord l'importance de la cote (ci après «mur») ou d'une baie pour le déplacement d'un vortex.

Quand un vortex est placé contre un mur, il se forme un vortex image qui tourne dans le sens opposé. Ce vortex imaginaire est situé dans le mur. La vorticité opposée du vortex image permet au vortex contre le mur de se déplacer le long du mur. Dans le cas d'un vortex situé dans le fluide mais près d'un coin il se forme des vortex images par rapport à tous les murs (figure 1 et 2). Tandis qu'un vortex placé tout seul au centre d'une baie ou loin du mur tourne sur lui-même sans se déplacer.

Dans les premiers cas qui suivent, l'océan extérieur est fermé; ensuite nous étudierons le cas d'un océan ouvert.

3. Cas d'un océan fermé

3.1 Vortex placés contre la cote près d'une baie

Deux vortex placés très près de la cote en amont et en aval de l'entrée d'une baie se déplacent vite grâce aux vortex images créés par chacun des vortex (figure 2). Dans le cas de cette figure, les paramètres sont les suivants: $x_0 = 0.5$, $y_0 = 0.3$, le rayon des vortex est $R_{\text{vortex}} = 0.8$, les vortex sont de même signe, la baie est de rayon $R_{\text{baie}} = 1.76$, la position du centre de la baie est donné par $y_1 = 0.57$ ce qui contrôle également son ouverture sur l'océan extérieur (ici fermé). Pour le vortex à gauche, la position initiale est : $x_2(0) = 0.2$, $y_2(0) = 0.6$ et pour le vortex à droite $x_3(0) = 0.75$, $y_3(0) = 0.6$.

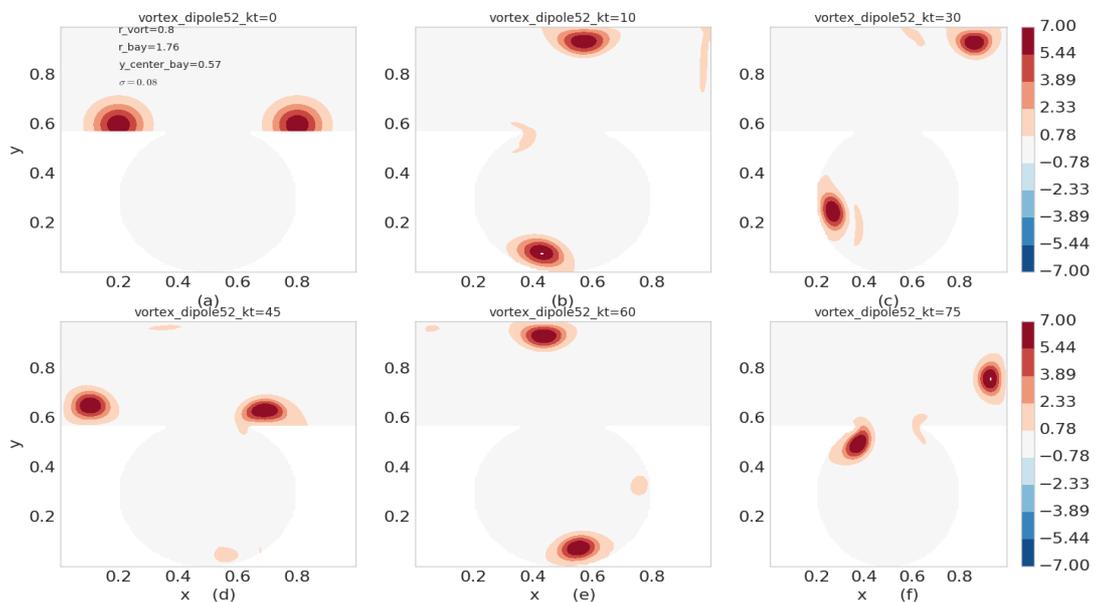


Figure 2: Evolution temporelle de deux vortex placés contre le mur d'une baie. Les deux vortex ont même signe et même taille, et sont placés à la même distance du mur. Ils se suivent le long des murs.

Que la distance entre les deux vortex devienne quelquefois un peu inférieure à 3,2 fois leur rayon (la distance critique de fusion) n'amène cependant pas les deux vortex à fusionner. En effet, le déplacement provoqué par les vortex images ne permet pas aux vortex près de la cote, de se rattraper et fusionner (figure 2). Car chacun des vortex se déplace à la vitesse $v = \frac{\Gamma}{2\pi \cdot 2r}$ (r étant le rayon des vortex) via son interaction avec le vortex image, vitesse plus grande que celle d'interaction avec l'autre vortex du fluide. Du début jusqu'à la fin de la simulation, les deux vortex ne fusionnent pas; ils passent à tour de rôle dans la baie au cours de leur déplacement (figures 2 et 3). Ce mouvement périodique est dû au fait que l'océan extérieur est fermé. On le considère donc comme

peu réaliste. Par contre un élément important de cette simulation est l'absence de fusion, due à la proximité entre vortex et cote.

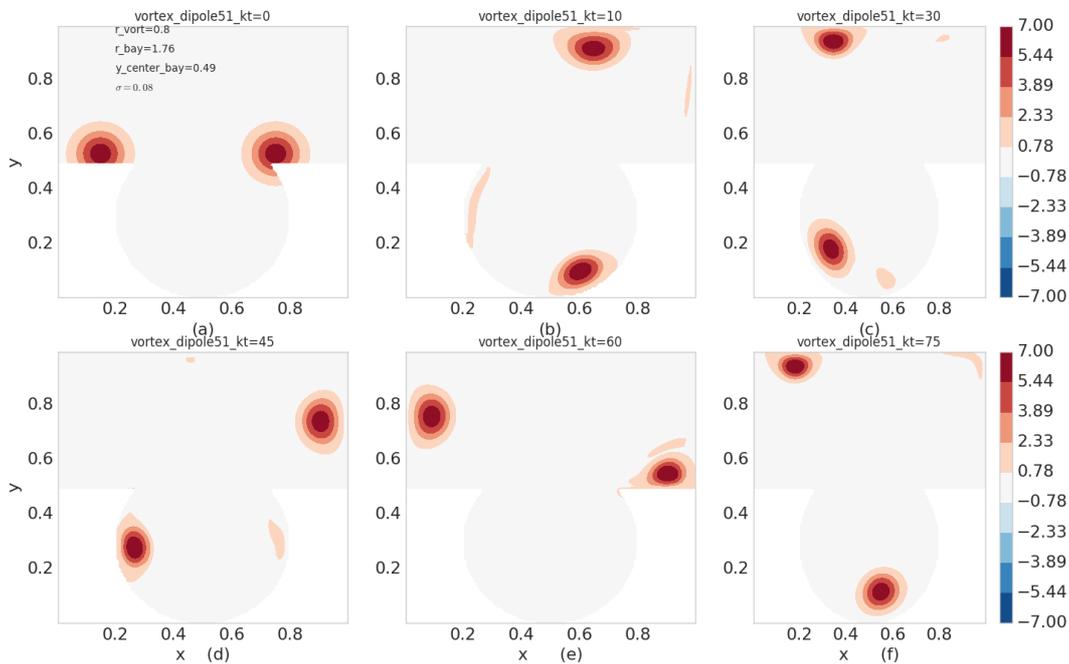


Figure 3: Evolution temporelle de 2 vortex le long de la cote, mais placés de façon asymétrique

Dans la figure 2 les deux vortex sont placés contre la cote contrairement à la figure 3 où l'un des vortex est placé au coin à l'entrée de la baie. Pour le cas de cette figure 3, le centre de la baie se trouve à $y_1=0.49$ d'où une baie un plus ouverte. Pour le vortex à gauche la position initiale du centre est : $x_2(0)=0.15$, $y_2(0)=0.53$ et pour le vortex à droite $x_3(0)=0.75$, $y_3(0)=0.53$.

Dans le cas de la figure 3 (comme pour la figure 2), le vortex à l'entrée de la baie forme également un vortex image qui lui permet de se déplacer vite le long de la cote, de la même manière que le vortex à gauche. On remarque alors la même évolution dans le temps pour les deux cas de figure (figures 2 et 3). Les deux vortex interagissent parfois, mais l'influence de l'un sur l'autre est minime car la distance les séparant étant plus grande que la distance critique de fusion de deux vortex. Mais lorsque les deux vortex sont proches l'un de l'autre et que l'un est collé à la cote, il perd de la masse sous l'effet du cisaillement de vitesse créé par le second vortex et par le vortex image.

3.2 Interaction entre deux vortex l'un contre le mur et l'autre au centre de la baie

Un vortex placé seul au centre d'une baie tournerait sur place sans quitter sa position d'équilibre s'il était seul. Mais quand on rajoute un autre vortex à n'importe quel endroit près de la baie, il interagit avec le vortex au centre ce qui fait que ce dernier quitte sa position d'équilibre (figure 4-5-6).

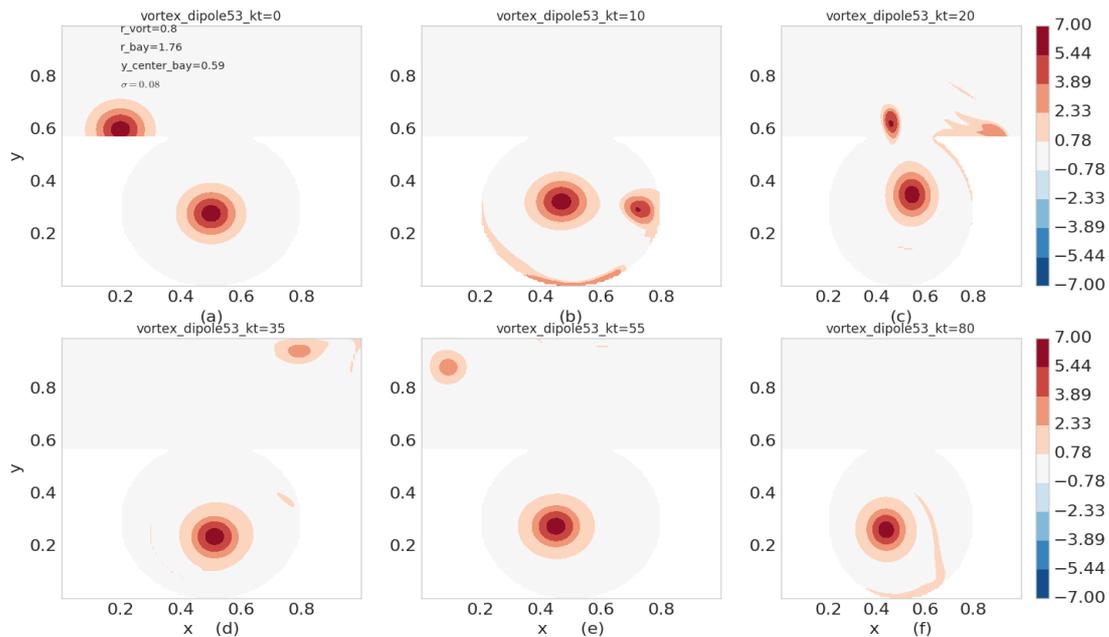


figure 4: Evolution temporelle de deux vortex, un au centre de la baie et l'autre contre le mur. Fusion à l'intérieur de la baie ($R_{\text{vortex}} < 3/4 R_{\text{baie}}$).

La figure 4 illustre l'interaction dans le temps de deux vortex, un placé au centre de la baie et l'autre contre la cote de la baie. Dans les premiers instants de la simulation, le vortex au centre de la baie tourne sur place tandis que le vortex contre le mur se déplace vite sous l'action de son vortex image. Lorsque le vortex se déplaçant le long de la cote passe dans la baie, la distance le séparant du vortex au centre devient petite (inférieure à 3.2 fois le rayon des tourbillons) ce qui intensifie l'interaction entre les deux vortex et déplace le vortex au centre de sa position d'équilibre. La déformation due au vortex du centre et au vortex image, fait perdre de la masse au vortex se déplaçant contre la cote (figure 4-b). Le vortex côtier est affaibli (érodé) et se coupe en 2 parties: une partie continue dans l'océan extérieur le long des cotes, une partie fait le tour de la baie et finit par fusionner avec le vortex central.

Contrairement à la figure 4, dans le cas de la figure 6 (voir ci dessous), on obtient une fusion des deux vortex beaucoup plus rapidement: elle se produit dans les 20 premier pas de temps de la simulation. Pour la figure 4 les vortex se trouvent aux positions initiales suivantes: pour le vortex à gauche: $x_2(0)=0.2$, $y_2(0)=0.6$ et pour le vortex à droite $x_3(0)=0.5$, $y_3(0)=0.25$; la baie a la même configuration que pour la figure 1. Pour la figure 6: la configuration initiale du vortex à gauche est: $x_2(0)=0.2$, $y_2(0)=0.7$, la configuration de la baie et de l'état initiale du vortex au centre sont les mêmes que pour la figure 4.

Quand on regarde l'évolution temporelle dans la figure 4, on remarque que les deux vortex fusionnent à l'intérieur de la baie à la fin de l'expérience (figure 4-f). Cependant lorsqu'on garde la même configuration initiale pour les vortex et fait varier juste leur rayon, on remarque quelques changements qui dépendent du rayon des vortex par rapport au rayon de la baie. Quand le rayon des vortex sont inférieur à $3/4$ du rayon de la baie ($R_{\text{vortex}} < 3/4 R_{\text{baie}}$), la fusion de vortex au bord et du vortex au centre s'opère à l'intérieur de la baie (figure 4). Et quand $R_{\text{vortex}} \geq 3/4 R_{\text{baie}}$, la fusion des vortex à la fin de l'expérience s'opère à l'extérieur de la baie (figure 5-f).

Dans la figure 5 on garde les même positions initiales pour les vortex et on augmente leur rayon $R_{\text{vortex}}=1,6$ ce qui intensifie l'interaction entre les deux vortex.

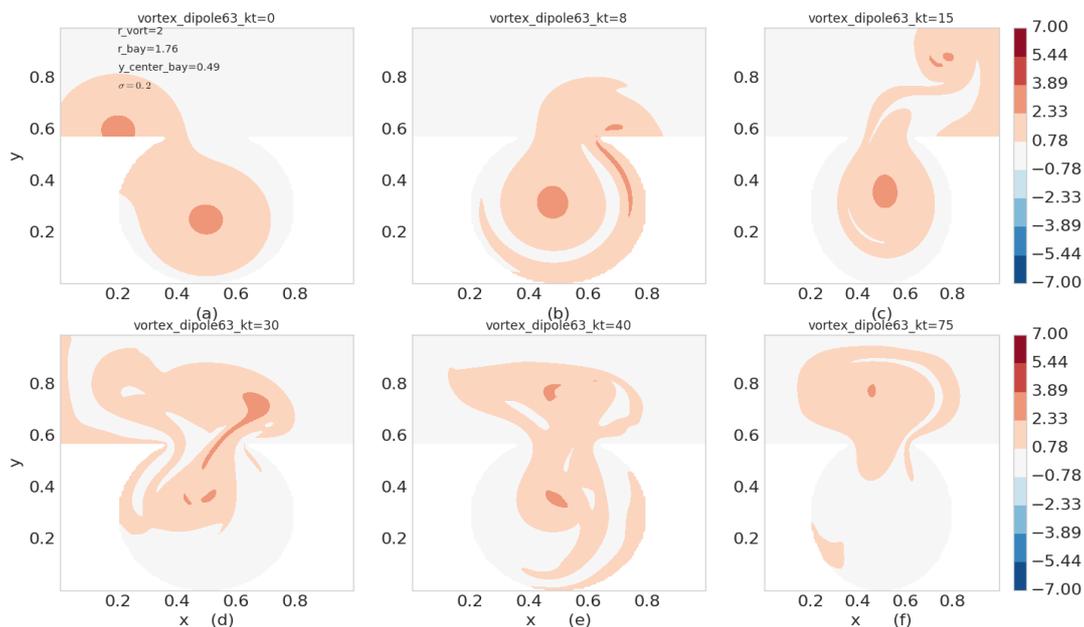


Figure 5: Evolution temporelle de deux vortex, un au centre de la baie et l'autre contre le mur. Fusion à l'intérieur de la baie ($R_{\text{vortex}} \geq 3/4 R_{\text{baie}}$).

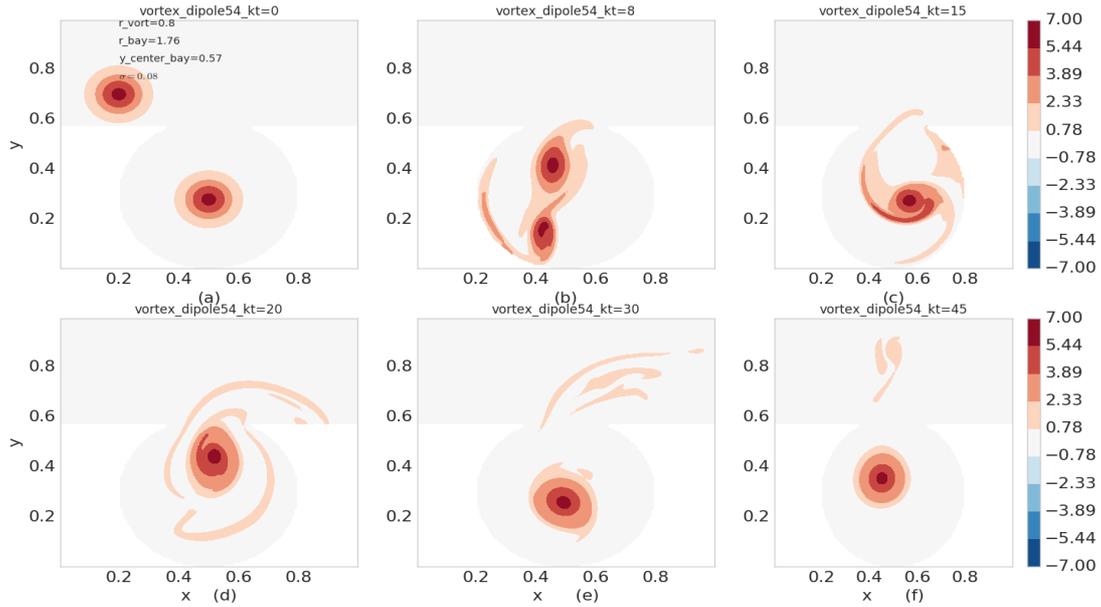


Figure 6: Evolution temporelle de deux vortex, l'un près de la cote et l'autre au centre de la baie.

Dans la figure 5 on remarque que la fusion des deux vortex se produit très rapidement dans les premiers instants de la simulation à l'intérieur de la baie. L'augmentation de la taille des vortex a réduit la distance les séparant, cette distance étant devenue très inférieure à la distance critique de fusion alors les deux vortex se fusionnent rapidement dans les premiers instant de la simulation. La fusion commence à l'intérieur de la baie, et lorsque le vortex au bord du mur accélère il entraîne rapidement le vortex au centre hors de la baie.

La figure 6 illustre la fusion de deux vortex, l'un placé au départ au centre de la baie et l'autre près du bord de la baie. Au début de l'expérience, le vortex au centre tourne sur place, le vortex près du bord se place moins vite que dans le cas de la figure 4, car étant plus loin du bord, l'action du vortex image est plus faible que dans les cas précédents. Vu que le vortex près du mur se déplace lentement il se rapproche du vortex au centre qui tourne sur place, ce qui réduit la distance entre les deux vortex (figure 6-b). La distance séparant les deux vortex étant devenue inférieure à la distance critique, ceci entraîne leur fusion (figure 6-c). A la fin de la simulation il ne reste qu'un seul vortex dans la baie (figure 6-f).

Pour vérifier la stabilité du modèle avant de continuer nos expériences, on a tracé la courbe de l'évolution de vorticité en fonction de la fonction de courant pour des différents pas de temps (voire annexe). A $t = 0$ on remarque que les lignes de courant sont serrées (figure 7-annexe), et lorsque les vortex commencent à interagir, les lignes de courant s'écartent plus (figure 8-annexe, et à la fin de

l'expérience le système redevient stationnaire : en effet on a une relation simple entre fonction de courant et vorticité (figure 9-annexe).

De ces simulations, on déduit que

- 1) les vortex fusionnent (a priori plus facilement) s'ils ne sont pas trop proches de la cote; ainsi leur vitesse de déplacement est minimisée et ils ont le temps d'interagir
- 2) ils fusionnent aussi plus facilement si un vortex est au centre de la baie et l'autre vient de l'extérieur
- 3) La condition pour que les vortex fusionnent à l'intérieur ou à l'extérieur de la baie dépend donc de la taille relative de la baie et des tourbillons.

4. Cas d'un océan ouvert aux frontières droite et gauche (ouest et est)

4.1 Vortex placés contre la cote près d'une baie (océan ouvert: ouest et est)

Tableau synthétique des expériences

N° expérience	Position vortex	R_vortex	Y1:position ouverture baie	Remarque sur l'évolution finale
1	Vort1[x=0.25,y=0,6]: centre du vortex très près du mur Vort2[x=2,y=0,3]: centre baie	1.4 R_vort>R-baie	0,57: petite ouverture	-perte de masse; -fusion à l'entrée de la baie; -la moitié du vortex fusionné est dans la baie et l'autre moitié à l'extérieur;
2	//	//	0,49: grande ouverture	-perte de masse -fusion à l'entrée de la baie; -la totalité du vortex fusionné est à l'extérieur de la baie
3	Vort1[x=0.75, y=0,6] Vort2[x=3.25, y=0,6] vortex placés symétriquement à gauche et à droite de l'ouverture de la baie	//	0,57: petite ouverture	-perte de masse; -fusion à l'entrée de la baie; -la moitié de vortex fusionné est dans la baie et l'autre moitié à l'extérieur;
4	Vort1[x=0.75,y=0,55]: centre vortex pas très près du mur à droite Vort2[x=2.4,y=0,55]: collé à la cavité de l'ouverture à gauche	//	0,49: grande ouverture	-perte de masse; -fusion à l'entrée de la baie; -2/3 du vortex fusionné est dans la baie et l'autre 1/3 à l'extérieur;
5	Vort1[x=0.75,y=0,6]:centr	1	0,49:	-perte de masse

	e vortex très près du mur Vort2[x=2,y=0,3]: centre baie	$R_{\text{vort}} < R_{\text{baie}}$	grande ouverture	-fusion à l'entrée de la baie; -la totalité de vortex fusionné est à l'extérieur de la baie
6	//	0.75 $R_{\text{vort}} < R_{\text{baie}}$	//	-perte de masse -pas de fusion des vortex. -le vortex au centre sort de la baie et ne se fait pas rattraper par le vortex contre le mur
7	Vort1[x=0.4,y=0,6]: centre vortex un peu près du mur Vort2[x=2,y=0,3]: centre baie	0.75 $R_{\text{vort}} < R_{\text{baie}}$	0,57: petite ouverture	-perte de masse -fusion à l'intérieur de la baie avec éjection; -la totalité du vortex fusionné reste à l'intérieur de la baie
8	Vort1[x=0.4,y=0,55]: centre vortex collé au mur Vort2[x=2,y=0,3]: centre baie	//	//	-perte de masse -fusion à l'intérieur de la baie avec éjection; -la totalité du vortex fusionné reste à l'intérieur de la baie
9	Vort1[x=0.4,y=0,6]: centre vortex un peu près du mur Vort2[x=2,y=0,3]: centre baie	0.5 $R_{\text{vort}} < R_{\text{baie}}$	//	-perte de masse importante pour le vortex contre le mur -pas de fusion des vortex.

Ici les deux vortex seront également accélérés par leurs vortex images étant donné qu'ils sont placés contre la côte. Donc les deux vortex se déplacent vite et, arrivés à l'entrée de la baie l'un des vortex se décolle du mur (figure 7-c). Ceci ralentit son mouvement et il se fait rattraper par le second vortex qui se déplace plus vite (figure 7-d). le processus de fusion des deux vortex commence à l'entrée de la baie quand la distance entre leurs centres devient inférieure à la distance critique de fusion. Quand les vortex fusionnent, ils se positionnent à l'entrée de la baie. L'effet des vortex images est alors faible, ceci les empêche de s'écarter et permet la fusion.

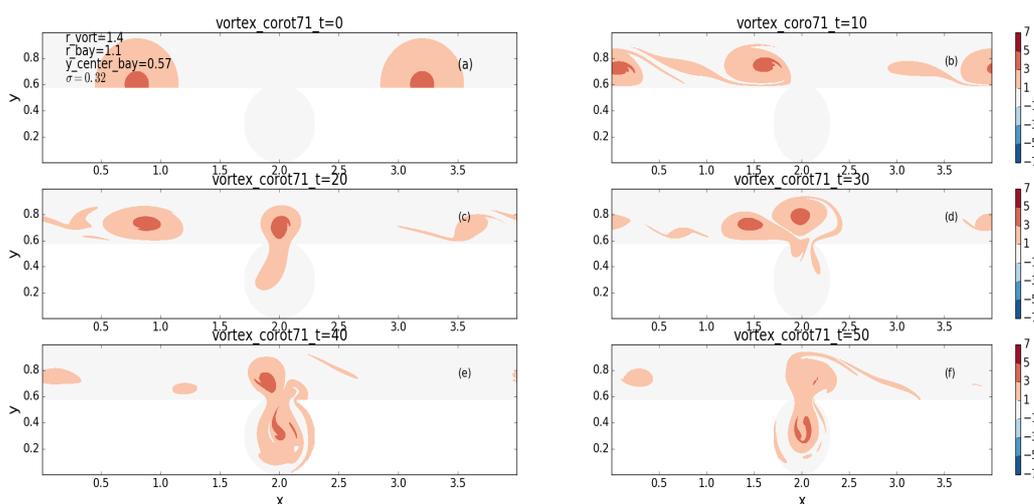


Figure 7: Evolution temporelle de 2 vortex le long de la cote comportant une baie, placés de façon symétrique (océan ouvert à gauche et à droite)

Dans le cas de la figure 7, les paramètres sont les suivants: $x_0 = 2$, $y_0 = 0.3$, le rayon des vortex est $R_{\text{vortex}} = 1.4$, les vortex sont de même signe, la baie est de rayon $R_{\text{baie}} = 1.1$, la position du centre de la baie est donnée par $y_1 = 0.57$ ce qui contrôle également son ouverture sur l'océan extérieur (ici ouvert à gauche et à droite). Pour le vortex à gauche, la position initiale est : $x_2(0) = 0.75$, $y_2(0) = 0.6$ et pour le vortex à droite $x_3(0) = 3.25$, $y_3(0) = 0.6$. Le domaine ici est rectangulaire et non carré comme dans le cas de l'océan fermé, et $L_x = 4 * L_y$.

La figure 7-a montre l'état initial de configuration du système. Lorsque le vortex à gauche ralentit à l'entrée de la baie il se fait rattraper par le vortex se trouvant derrière lui, ce dernier se déplaçant plus vite. La fusion des deux vortex commence à l'entrée de la baie et est effective entre l'extérieur et l'intérieur de la baie (figure 7-e-f). Ceci est dû à la taille de la baie; le rayon des vortex étant supérieur au rayon de la baie ($R_{\text{vortex}} \geq 3/4 R_{\text{baie}}$) la fusion des vortex ne peut pas être complète à l'intérieur de la baie.

Au début de l'expérience (cas de la figure 7), l'énergie à l'extérieur de la baie est très supérieure à l'énergie à l'intérieur de la baie (figure 8-a), l'énergie est presque inexistante à l'intérieur de la baie. Quelque temps plus tard (entre $t = 42$ et $t = 46$), l'énergie à l'intérieur de la baie devient égale à l'énergie à l'extérieur, car la moitié du vortex fusionné se trouve à l'intérieur de la baie (figure 7-e). Et vers la fin de l'expérience le vortex étant presque éjecté de la baie (figure 7-f); l'énergie à l'intérieur de la baie redevient légèrement inférieure à l'énergie à l'extérieur (figure 8-a).

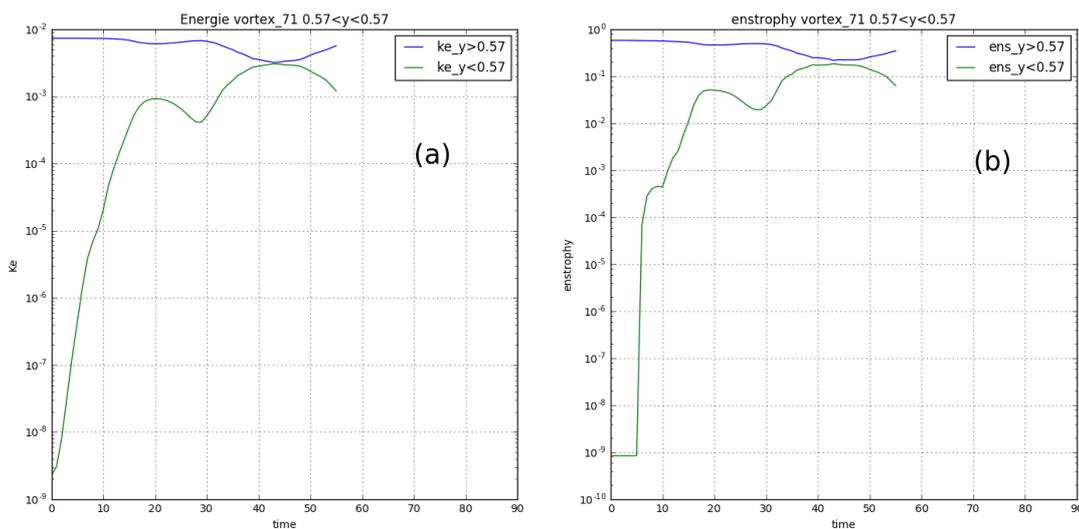


Figure 8: Variation temporelle de l'énergie et de l'enstrophie, pour l'expérience représentée sur la figure 7.

La variation de l'enstrophie dans le système se fait de la même manière que celle de l'énergie. On remarque une augmentation de l'enstrophie dans la baie à un temps compris entre $t=42$ et $t=46$ presque égale à l'enstrophie à l'extérieur de la baie, alors qu'au début de l'expérience l'enstrophie à l'intérieur de la baie était presque inexistante (figure 8-b). Vers la fin de l'expérience, on voit une légère diminution de l'enstrophie. L'augmentation de l'enstrophie correspond à l'apparition des filaments causé par l'accélération des vortex et leur interaction. Quand les vortex inter-agissent, ils se déforment sous l'effet du champ de vitesse non uniforme qu'ils exercent l'un sur l'autre ce qui fait apparaître les filaments. Lorsque les vortex fusionnent et forment un seul vortex vers la fin de l'expérience, les filaments commencent à disparaître. La disparition des filaments correspond à la dissipation de l'enstrophie. Ici on note juste une légère diminution de l'enstrophie à l'extérieur de la baie vers la fin de la simulation.

Si les vortex sont placés de manière asymétrique contre la côte en amont et en aval de l'entrée de la baie il se produit la même chose que dans le cas symétrique (cas de la figure 7). Les vortex se déplacent vite; quand l'un est arrivé à l'entrée de la baie, il se décolle du mur, ralentit et se fait rattraper par l'autre vortex se déplaçant vite. Le processus de fusion s'enclenche également à l'entrée de la baie; en suite une partie du vortex fusionné se trouvera dans la baie et l'autre partie à l'extérieur de la baie (voir figure 1-annexe baie ouvert). L'énergie à l'extérieur de la baie reste supérieure à l'énergie à l'intérieur de la baie jusqu'à la fin de l'expérience; on note la même chose pour l'enstrophie (voir figure 2-annexe).

4.2 Interaction entre deux vortex l'un contre le mur et l'autre au centre de la baie (océan ouvert ouest est est)

On reproduit l'expérience de l'interaction entre deux vortex: l'un au centre de la baie et l'autre à l'importe quel endroit près de la baie. De même que dans le cas de l'océan fermé, les deux vortex vont inter-agir également ici. Il peuvent fusionner à l'intérieur comme à l'extérieur de la baie tout dépend de la taille des vortex par rapport à la taille de la baie et de la distance séparant le centre des deux vortex ou de la distance entre le mur et le centre des vortex.

Lorsqu'un vortex est placé contre un mur, plus la distance entre son centre et le mur est petite, plus le

vortex se déplace vite et plus la perte de masse est importante (figure 9-10). Dans le cas de la figure 9 le vortex contre le mur se déplace vite, et arrivé dans la baie il inter-agit avec le vortex au centre et le déplace de sa position d'équilibre (figure 9-d). Le rapprochement des deux vortex a enclenché la fusion à l'intérieur de la baie; l'ouverture de la baie étant petite, la fusion totale des vortex s'est faite à l'intérieur de la baie avec éjection de filament à l'extérieur de la baie (figure 9-e-f).

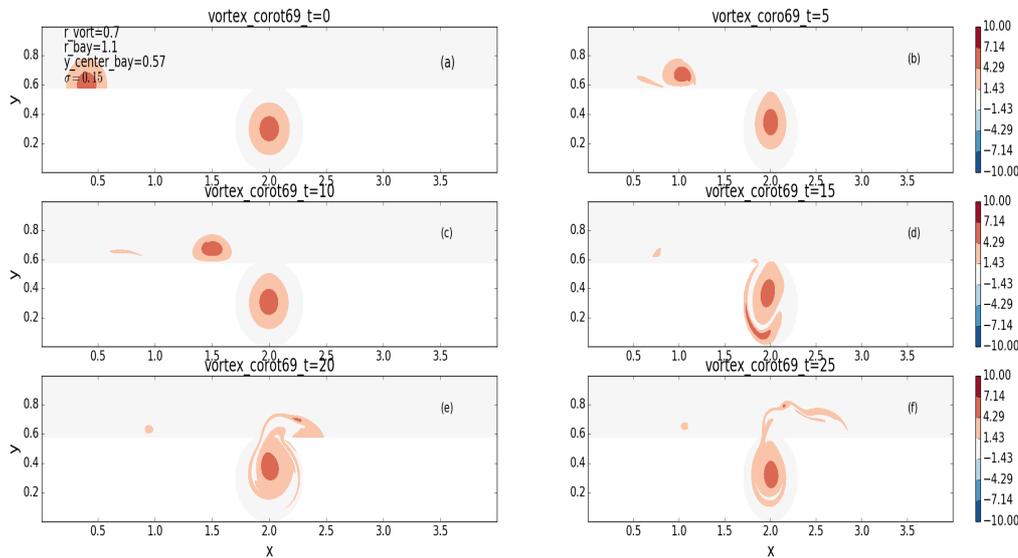


Figure 9: Evolution temporelle de 2 vortex le long d'une cote comportant une baie, un vortex au centre et l'autre contre la côte (océan ouvert à gauche et à droite); fusion à l'intérieur de la baie.

Les paramètres de la simulation de la figure 9 sont les suivants: $R_{\text{vortex}}=0.15$, x_0 et y_0 ont les mêmes valeurs que pour la figure 7 ainsi que le rayon de la baie et la position de son ouverture. Pour le vortex à gauche la position initiale du centre est : $x_2(0)=0.25$, $y_2(0)=0.6$ et pour le vortex au centre de la baie $x_3(0)=2$, $y_3(0)=0.3$. Contrairement au cas de la figure 9, pour la figure 10 les deux vortex inter-agissent à l'extérieur de la baie sans fusionner. La configuration des paramètres de la baie reste la même sauf pour la position de l'ouverture de la baie qui est égale à $y_1=0.49$ (baie plus ouverte). La position du vortex au centre de la baie reste la même et celle de vortex à gauche est: $x_2(0)=0.75$, $y_2(0)=0.5$.

Au début de l'expérience, le vortex contre le mur se déplace plus vite et rattrape le vortex qui sort de la baie (figure 10-b). L'ouverture de la baie étant grande, l'interaction entre le vortex contre le mur et le vortex qui sort de la baie accélère le vortex contre le mur qui entre dans la baie avec une perte importante de masse (figure 10-c-d). Le vortex contre le mur sort ensuite de la baie et continue son chemin (figure 10-e-f). Il faut noter que les deux vortex inter-agissent à l'extérieur de la baie sans

fusionner bien que la distance entre eux soit inférieure à la distance critique de fusion. Ces deux vortex ne se fusionnent pas à cause de l'accélération du vortex contre le mur dû au second vortex et au vortex image.

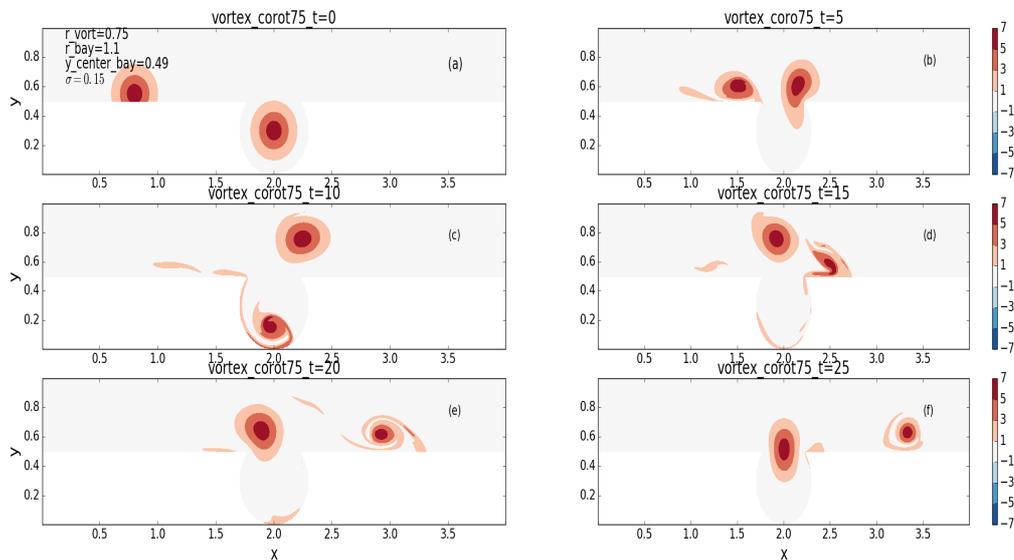


Figure 10: Evolution temporelle de 2 vortex le long d'une côte comportant une baie, un vortex au centre et l'autre contre la côte (océan ouvert à gauche et à droite); pas de fusion.

Dans le cas où le rayon des vortex est plus grand que celui de la baie, que l'ouverture de la baie soit petite ou grande, le vortex au centre de la baie sort et inter-agit avec le vortex contre le mur à l'entrée de la baie (voir figure 3-4-annexe). Dans ces cas la fusion des deux vortex est possible parce que la distance entre leurs centre dévient inférieure à $3,2 \cdot R_{\text{vortex}}$ et que le vortex à l'entrée de la baie ne bouge pas. Dans le cas de baie à grande ouverture, la fusion est lieu à l'extérieur de la baie (voir figure 3-annexe); et dans le cas de petite ouverture, la fusion commence à l'entrée de la baie mais à la fin de la fusion une partie de vortex formé est à l'extérieur et l'autre partie à l'intérieur de la baie (voir figure 4-annexe). Ceci montre que pour que le vortex fusionne à l'intérieur ou à l'extérieur de la baie dépend de la taille de vortex par rapport à celle de la baie, de l'ouverture de la baie, la distance séparant le centre des vortex et la distance entre le centre des vortex et le mur.

L'énergie et l'enstrophie ont la même variation dans les cas de la figure 9 et 10; l'augmentation de l'énergie correspond à une augmentation d'enstrophie. Dans le cas de la figure 9, au début de l'expérience l'énergie à l'intérieur de la baie est supérieur à l'énergie à l'extérieur (figure 11-a). Bien que les deux vortex aient la même taille, il n'y a que 3/4 de vortex contre les mur qui inter-agit avec l'océan extérieur (figure 9-a); ainsi l'énergie à l'extérieur de la baie est inférieure à l'énergie dans la

baie dans les premiers instants de la simulation (figure 11-a). Au bout de quelque temps, pour t compris entre 12 et 20 pas de temps, on remarque une augmentation de l'énergie cinétique à l'intérieur de la baie et une diminution de l'énergie à l'extérieur de la baie (figure 11-a). Ce qui est suivi par une légère diminution d'énergie à l'intérieur de la baie, qui correspond ainsi à une petite augmentation à l'extérieur de la baie; enfin l'énergie se stabilise jusqu'à la fin de la simulation.

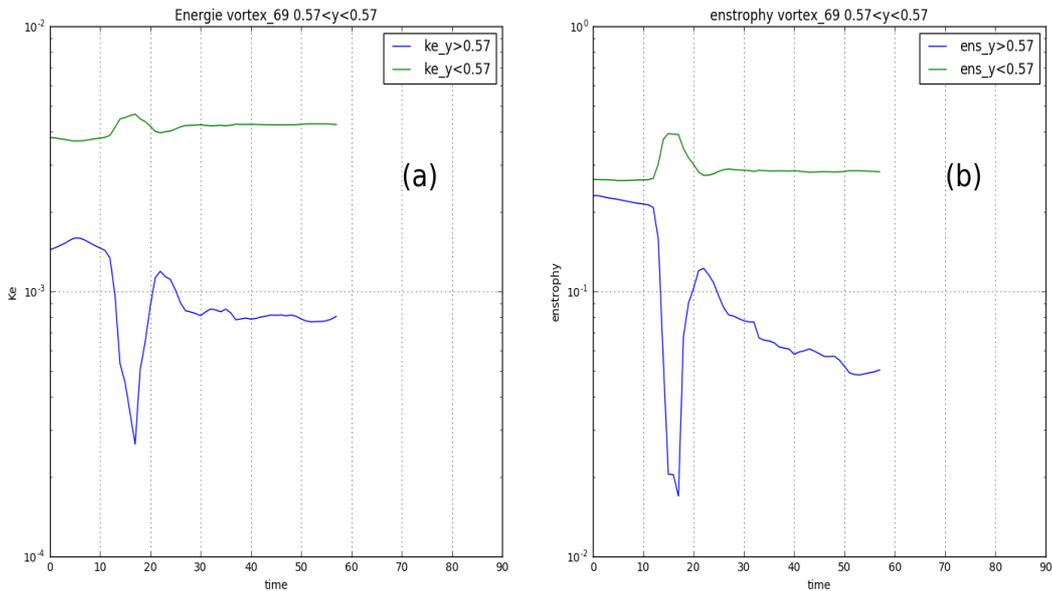


Figure 11: Variation temporelle de l'énergie et de l'enstrophie, de l'expérience représenté sur la figure 9.

L'augmentation de l'énergie à l'intérieur de la baie correspond à l'entrée du vortex contre le mur dans la baie et sa fusion avec le vortex au centre de la baie (figure 11-a & figure 9-d-e). et la petite diminution qui suit cette augmentation est due à l'éjection de filament à l'extérieur de la baie (figure 11-a & figure 9-f).

On remarque exactement les mêmes variations pour l'enstrophie dans le système (figure 11-b). Ce qui est remarqué en particulier est que l'augmentation de l'enstrophie dans la baie correspond à une augmentation de l'énergie dans la baie et sa diminution correspond également à la diminution de l'énergie (figure 11-a-b). La fréquence de variation de l'enstrophie dans le système est plus importante que celle de l'énergie à cause de l'apparition des filaments dus à l'interaction entre les deux vortex. Et la perte importante de l'enstrophie à l'extérieur de la baie vers la fin de l'expérience illustre la dissipation des filaments (figure 9-f & 11-b). Il faut noter que tout au long de l'expérience l'énergie et l'enstrophie dans la baie sont restées supérieures aux énergie et enstrophie à l'extérieur de la baie.

En ce qui concerne l'expérience présentée sur la figure 10, au début de la simulation, l'énergie ainsi que l'enstrophie à l'intérieur de la baie sont supérieures à celles à l'extérieur. Et quand le vortex au centre de la baie sort et inter-agit avec les vortex contre le mur, l'énergie à l'extérieur de la baie devient supérieure à celle à l'intérieur de la baie et de même pour l'enstrophie (figure 12-a-b & figure 10-b). Et lorsque le vortex contre le mur entre dans la baie on remarque une légère augmentation d'énergie et d'enstrophie dans la baie (figure 12-a-b & figure 10-c). Ensuite le vortex contre le mur sort de la baie ce qui correspond à la seconde diminution d'énergie et d'enstrophie dans la baie (figure 12-a-b & figure 10-d-e).

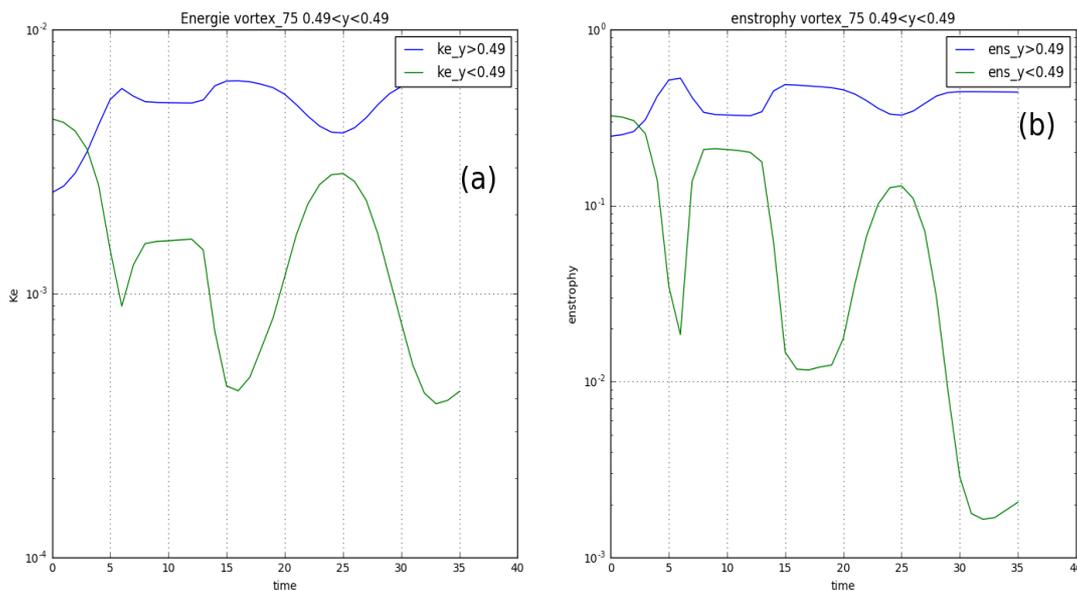


Figure 12: Variation temporelle de l'énergie et de l'enstrophie, de l'expérience représenté sur la figure 10.

A la fin de l'expérience représentée sur la figure 10 on remarque que l'énergie et l'enstrophie à l'intérieur de la baie diminuent totalement et augmentent légèrement à l'extérieur car les deux vortex n'interagissent qu'à l'extérieur. Ici également, l'augmentation de l'enstrophie correspond à une augmentation de l'énergie et sa diminution correspond effectivement à la diminution de l'énergie que ça soit à l'intérieur ou à l'extérieur de la baie. Contrairement au cas de l'expérience de la figure 9 ou les deux vortex fusionnent dans la baie, pour le cas de la figure 10 l'énergie et l'enstrophie à l'extérieur de la baie restent supérieures à celles à l'intérieur de la baie jusqu'à la fin de la simulation sauf au début de l'expérience.

Les conclusions de ces expériences sont:

- Les régimes observés dans le cas de l'océan extérieur fermé, sont retrouvés avec l'océan ouvert, sauf ceux bien sûr où un vortex tournant plusieurs fois autour de l'océan.
- Donc les frontières extérieures influencent peu le comportement local des tourbillon si les frontières sont éloignées.
- Les tourbillon échappent à la fusion si le tourbillon extérieur est loin du mur, pour une baie très peu ouverte ou petit et près du mur, si la baie est très ouverte.

4.3 Vortex dipôle, l'un contre le mur et l'autre au centre de la baie (océan ouvert ouest est est)

Table rectificative des expériences

N° expérience	Position vortex	R_vortex	Y1:position ouverture baie	Remarque sur l'évolution finale
1	-Vort[x=0.75,y=0,5]: centre vortex très près du mur +Vort2[x=2,y=0,3]: centre baie	0.75 R_vort<R_ baie	0,49: grande ouverture	-perte de masse; importante pour le vortex négatif -interaction hors de la baie à gauche de l'ouverture; - couplage des 2 vortex puis déplacement et éloignement
2	-Vort[x=0.75,y=0,55]: centre vortex enfoncé dans le mur +Vort2[x=2,y=0,3]: centre baie	//	0,57: petite ouverture	-perte de masse important pour le vortex négatif -interagissent sans se coupler -le vortex positif reste dans la baie, et le vortex négatif passe au dessus
3	-Vort2[x=2,y=0,3]: centre baie +Vort[x=0.75,y=0,55]: centre vortex enfoncé dans le mur	//	//	-perte de masse importante pour le vortex positif -interagissent sans se coupler -le vortex négatif reste dans la baie, et le vortex négatif passe au dessus
4	-Vort2[x=2,y=0,3]: centre baie +Vort[x=0.75,y=0,5]: centre vortex très près du mur	//	0,49: grande ouverture	-perte de masse; importante pour le vortex positif -interaction hors de la baie à gauche de l'ouverture; -couplage des 2 vortex puis éloignement
5	-Vort[x=3.25,y=0,55]: centre vortex enfoncé dans le mur à droite +Vort2[x=2,y=0,3]: centre baie	//	0,57: petite ouverture	-perte de masse importante pour le vortex négatif -interagissent sans se coupler -le vortex positif reste dans la baie, et le vortex négatif passe au dessus

6	-Vort2[x=2,y=0,5]: centre baie +Vort[x=0.75,y=0,5]: centre vortex très près du mur	1 R_vort<R_baie	1 baie un peu plus ouvert	-perte de masse; importante pour le vortex positif -interaction à l'entrée de la baie -couplage des 2 vortex -sortie du vortex au centre + éloignement
---	---	--------------------	------------------------------	---

Que ce soit dans le cas de deux vortex en co-rotation ou d'un dipôle, le vortex contre le mur se déplace toujours plus vite que le vortex au centre de la baie; car le vortex contre le mur est accéléré par son vortex image. Dans le cas d'un dipôle quand on place le vortex positif contre le mur et celui négatif au centre de la baie, le vortex au centre tourne sur place, le vortex contre le mur se déplace plus vite avec une perte de masse (figure 13-b-). Lorsque le vortex positif contre le mur passe au dessus de la baie il inter-agit avec le vortex au centre avant de continuer son chemin (figure 13). Cette interaction entre les deux vortex ralentit les mouvements du vortex positif avec une petite perte de masse pour les vortex formant le dipôle (figure 13-c-d).

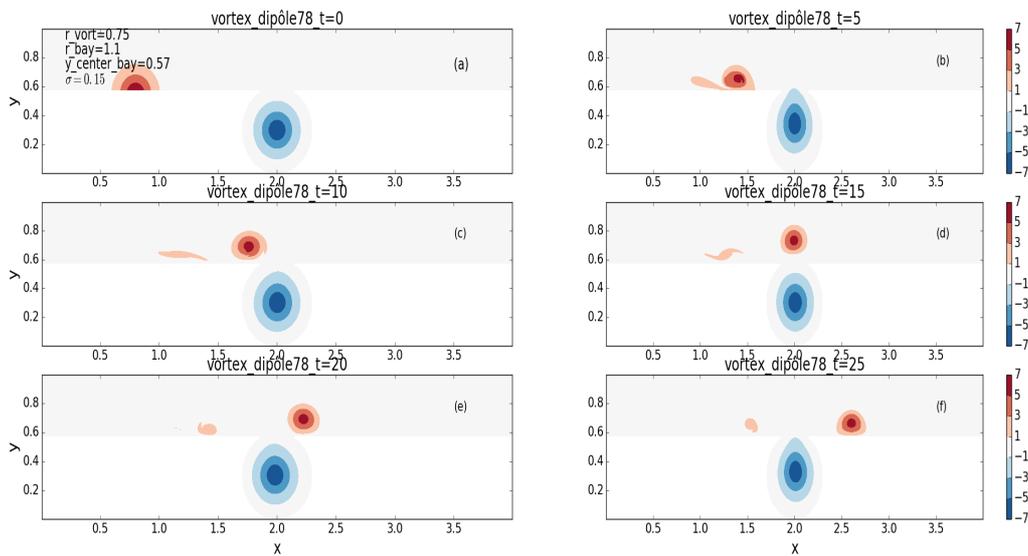


Figure 13: Evolution temporelle d'un dipôle près d'une côte comportant une baie; le vortex à noyau positif contre le mure et celui à noyau négatif au centre de la baie (petite ouverture).

Pour la figure 13, les paramètres R_{vortex} , x_0 et y_0 ont les même configuration que ceux de la figure 9. pour la configuration de la position des vortex, elle se présente comme suit: Pour le vortex à noyau positif sa position initiale est : $x_2(0) = 0.75$, $y_2(0) = 0.55$ et pour le vortex au centre de la baie $x_3(0) = 2$, $y_3(0) = 0.3$. On remarque après l'interaction des deux vortex, le vortex à noyau positif continue sur sa trajectoire, et le vortex au centre de la baie tourne sur place avec une petite déformation (figure 13-e-f). le vortex contre le mur a perdu plus de 1/2 de sa masse initiale à la fin de l'expérience et celui au

centre n'a presque rien perdu.

Même si on change la position initiale des vortex; le vortex positif au centre et le vortex négatif contre le mur mais à droite à $x_2(0) = 3,25$ vue que sont sens de déplacement est vers la gauche, il se passera exactement la même chose. Le vortex négatif contre le mur passera au dessus de de la baie inter-agit avec le vortex positif au centre de la baie, perdra la moitié de sa masse et continuera sur sa trajectoire (voir figure 5-annexe).

Si on garde les vortex comme dans le cas de la figure 13, c'est à dire le vortex positif à l'extérieur de la baie contre le mur à la position $x_2(0) = 0,75$, $y_2(0) = 1,1$ et le vortex à noyau négatif à la position $x_3(0) = 2$, $y_3(0) = 0,55$ au centre de la baie, le vortex au centre de la baie sort et inter-agit avec le vortex positif à l'extérieur de la baie vers la fin de l'expérience (figure 14).

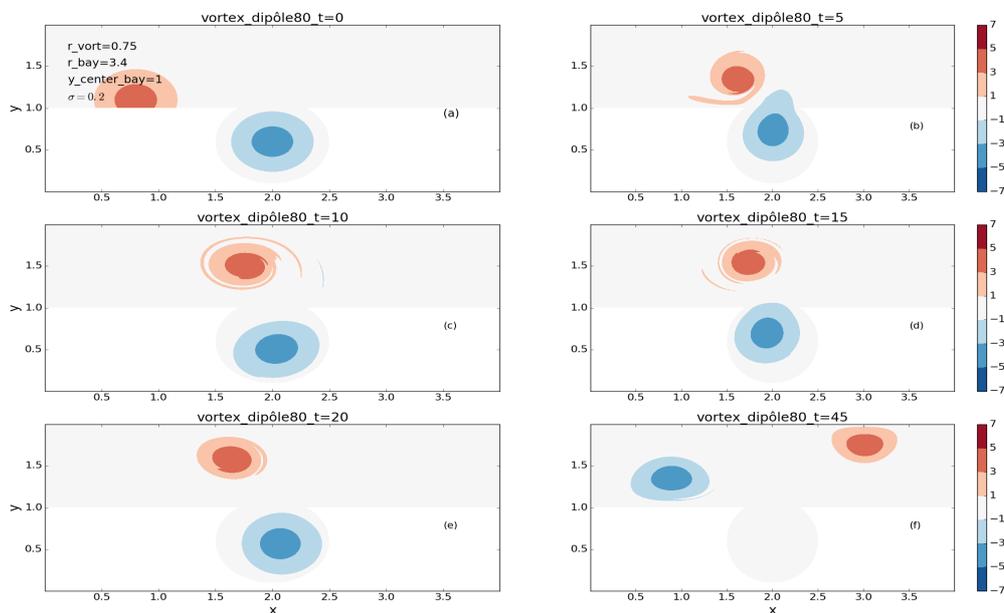


Figure 14: Evolution temporelle d'un dipôle près d'une côte comportant une baie; le vortex à noyau positif contre le mure et celui à noyau négatif au centre de la baie (grande ouverture).

Dans les premiers instants de la simulation, le vortex contre le mur se déplace plus vite et, arrivé au dessus de la baie, inter-agit avec le vortex au centre. Leurs interactions et l'accélération du vortex contre le mur par son vortex image lui fait perdre de la masse, cette interaction déforme le vortex au centre et le fait quitter sa position d'équilibre (figure 14-b-c-d). Après le passage du vortex positif, le vortex au centre sort de la baie avec une petite perte de masse (figure 14-f). Dans les cas de la figure 13 et de la figure 14 les deux vortex inter-agissent sans un grand échange de masse.

Dans le cas la figure 13, l'énergie et l'enstrophie à l'intérieur de la baie restent constantes jusqu'à la fin de l'expérience et supérieure à celles à l'extérieur de la baie (voir figure 6-a-b-nnexe). Quant à celles du vortex contre le mur elles restent presque constante avec quelques petites fluctuations, mais restent inférieures à l'énergie et l'enstrophie du vortex au centre (voir figure 6-a-b-annexe). Ceci est du à la perte de masse causée par l'accélération du vortex contre le mur au cours de son déplacement.

Quant au cas de la figure 14, au début de l'expérience l'énergie et l'enstrophie à l'intérieur de la baie sont supérieures à celles à l'extérieur de la baie. Et lorsque le vortex au centre sort et inter-agit avec le vortex contre le mur à l'extérieur de la baie, l'énergie et l'enstrophie à l'extérieur croissent rapidement et restent constantes jusqu'à la fin de l'expérience. L'énergie et l'enstrophie à l'intérieur de la baie décroissent et deviennent presque nulles (figure 15).

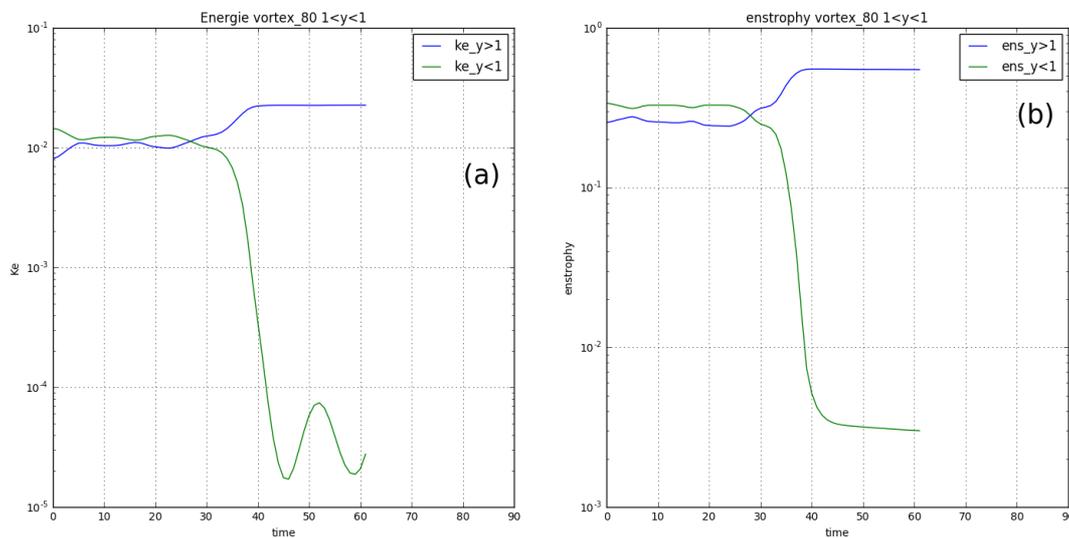


Figure 15: Variation temporelle de l'énergie et de l'enstrophie, de l'expérience représenté sur la figure 14.

4.4 Vortex dipôle, les deux vortex contre le mur placé symétrique en amont et en aval de l'ouverture de la baie (océan ouvert ouest est est)

Ici on place les deux vortex à l'extérieur de la baie et contre le mur; le vortex positif à gauche et le vortex négatif à droite de l'ouverture de la baie, et de manière symétrique. Au cours de leur mouvement, les deux vortex se déforment, et perdent de la masse (figure 16-b).

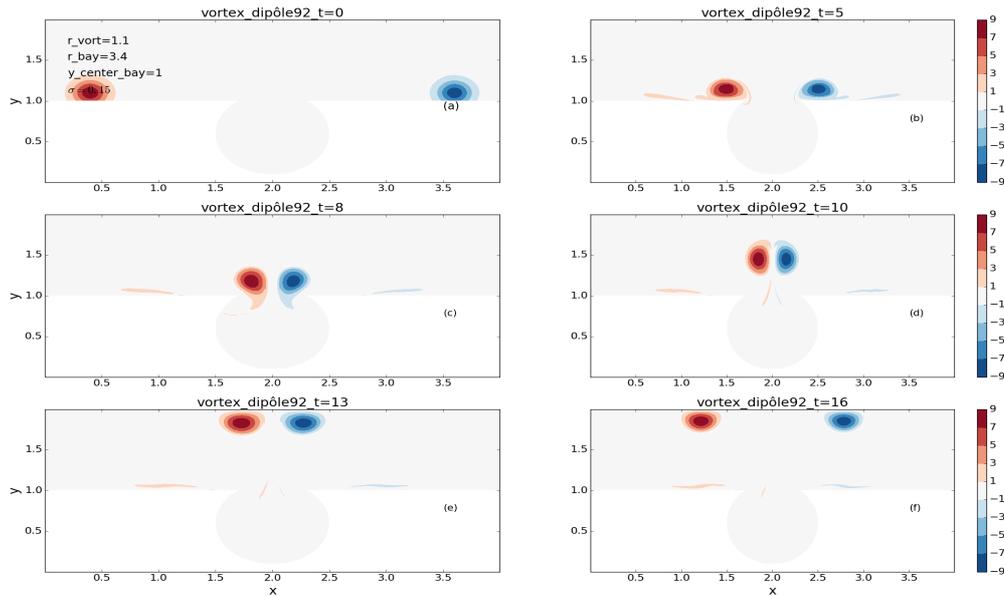


Figure 16: Evolution temporelle d'un dipôle près d'une côte comportant une baie; le vortex à noyau positif contre le mure à gauche et celui à noyau négatif contre le mur à droite de l'ouverture de la baie (petite ouverture).

Dans la figure 16, le vortex positif est à la position initiale suivante: $x_2(0) = 0.5$, $y_2(0) = 1.2$ et le vortex négatif à la position $x_2(0) = 3.5$, $y_2(0) = 1.2$; la baie est paramétrée comme suit: $\sigma = 0.15$, $x_0 = 0.2$, $y_0 = 0.5$ et le rayon est $R_{\text{baie}} = 3.4$. L'ouverture de la baie étant petite, lorsque les vortex arrivent à l'entrée de la baie ils inter-agissent sans pénétrer à l'intérieur de la baie (figure 16-c). Ainsi les deux vortex se couplent et s'éjectent vers large, avec une petite perte de masse (figure 16-d). Quelque temps après, les deux vortex se repoussent et prennent un chemin opposé à leurs directions de déplacement initiale (figure 16-e-f). Si on continue l'expérience plus longtemps, les deux vortex décriront un cycle limite (dans un océan fermé). Notons que si l'ouverture de la baie est grande, l'éjection aurait lieu aussi pour des vortex positionnés symétriquement par rapport à la baie.

En résumé:

- L'interaction de deux vortex de signes opposés conduit surtout à de la filamentation.
- dans le cas de deux vortex hors de la baie au début, et d'une baie très peu ouverte, les deux vortex peuvent se coupler et s'éjecter vers le large comme un dipôle. C'est aussi le cas pour les vortex positionnés symétriquement autour d'une baie largement ouverte.

5. Analyse du traceur dans le cas de l'océan ouvert aux frontières droite et gauche (ouest et est)

Ici on introduit les traceurs dans la simulation illustrée sur la figure 9; c'est à dire qu'on conserve la même configuration pour la position des vortex et les mêmes valeurs pour les paramètres de configuration de la baie.

Dans le cas de la première expérience, on place le traceur bleu dans la baie et le rouge à l'extérieur de la baie; mais le front du traceur se situe à l'intérieur de la baie (figure 17).

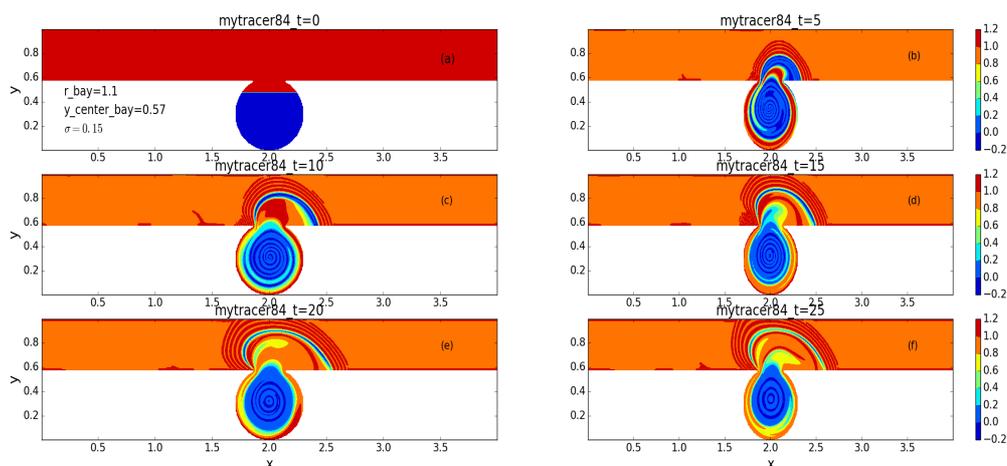


Figure 17: Evolution temporelle des traceurs (front de traceur à l'entrée de la baie), cas de l'expérience représenté sur la figure 9.

Lorsque le vortex contre le mur approche de l'entrée de la baie, il provoque une petite éjection du traceur bleu de la baie et le mouvement du vortex dans la baie aspire le traceur rouge à l'intérieur de la baie (figure 17-b-c). Dès que les deux vortex fusionnent dans la baie, le mélange des traceurs se fait autour du vortex fusionné à l'intérieur de la baie (figure 17-d-e-f). Dans le cas de la figure 16, le traceur à la fin de l'expérience est majoritairement confiné dans la baie et y reste. Quand le front de traceur est à l'extérieur de la baie, la corrélation au mouvement du vortex dans la baie fait sortir le traceur (figure 18).

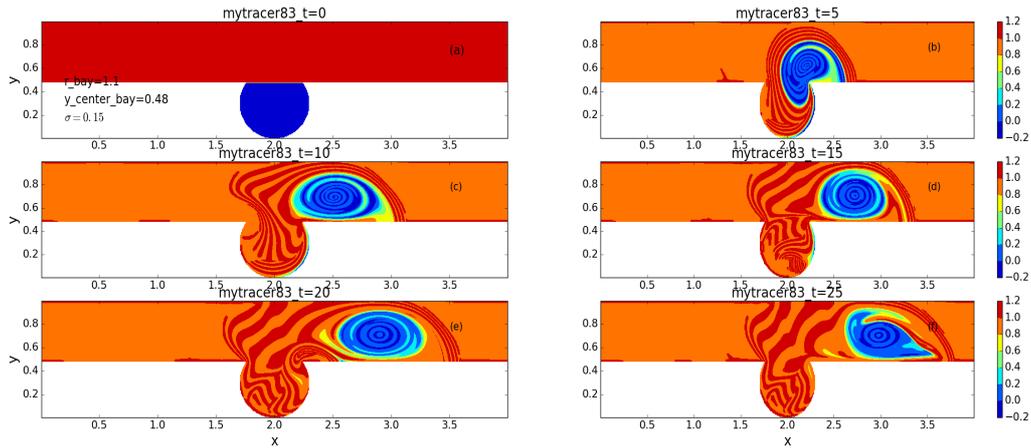


Figure 18: Evolution temporelle des traceurs (front de traceur à l'extérieur de la baie), cas de l'expérience représenté sur la figure 10.

Dans le cas de la figure 18 le mélange se fait dans la baie, le mouvement de vortex à l'intérieur de la baie fait sortir le traceur bleu (figure 18-b-c). Le vortex éjecté de la baie emmène le traceur le long de la côte à droite de l'ouverture de la baie (figure 18-d-e-f). Il est à noter que le mélange se fait dans la baie, à son ouverture et autour du vortex à droite (le vortex se trouvant au centre de la baie).

Si on considère maintenant que chacun des traceur occupe la moitié des la baie, dans ce cas le mélange ce fait toujours dans la baie (figure 19).

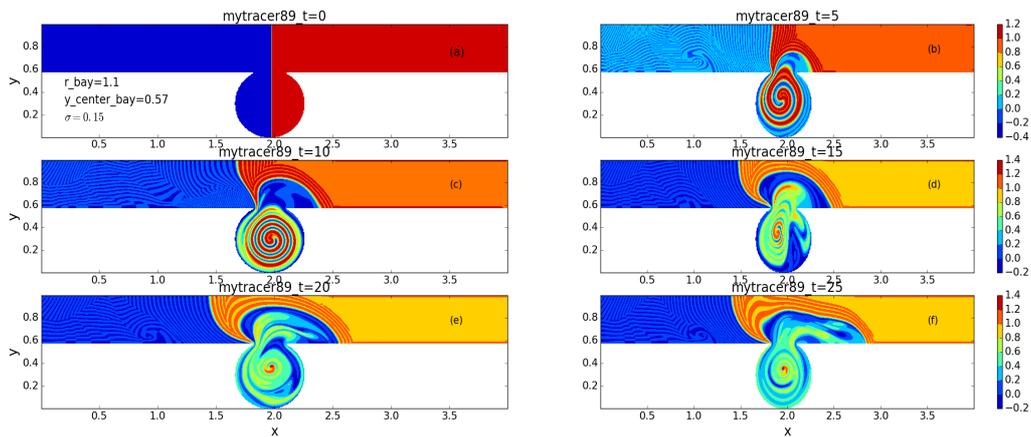


Figure 19: Evolution temporelle des traceurs (la moitié de chacun des traceurs se trouve dans la baie), cas de l'expérience représenté sur la figure 9.

La corrélation des traceurs au mouvement du vortex dans la baie enclenche très rapidement le mélange à l'intérieur de la baie avec une petite éjection du traceur bleu (figure 19-c-d). le petit vortex

éjecté emporte un peu le traceur mélangé le long de la coté vers la droite (figure 19-e-f). A la fin de la simulation, le traceur prédominant dans la baie est celui qui est précédemment éjecté à l'entrée de la baie. Même lorsque le front des traceurs se trouve à l'extérieur de la baie à gauche de l'ouverture de la baie, le mélange se fait également à dans la baie (figure 20).

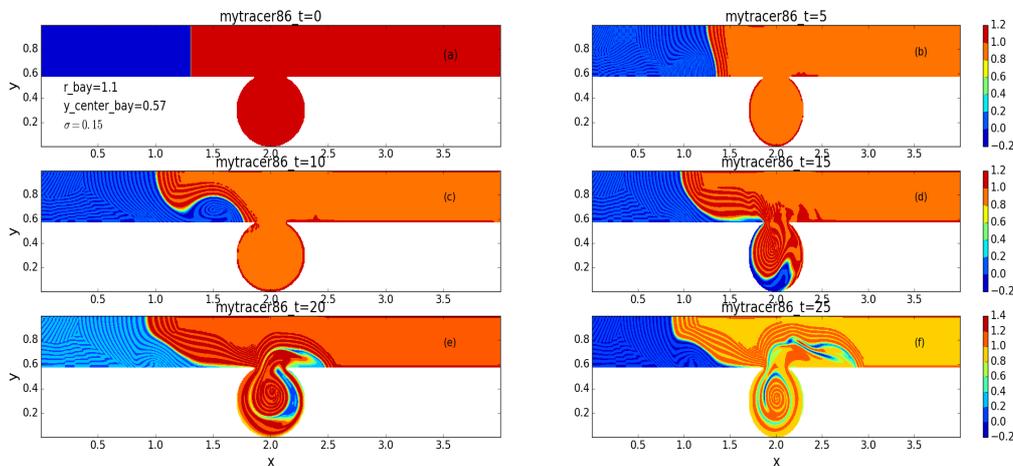


Figure 20: Evolution temporelle des traceurs (front de traceur à l'extérieur à gauche de l'ouverture de la baie), cas de l'expérience représenté sur la figure 9.

L'advection du traceur bleu dans la baie se fait le long de la côte par le vortex contre le mur, le mélange commence progressivement à l'extérieur de la baie (figure 20-b-c). Le mélange effectif commence à l'intérieur de la baie lorsque le vortex contre le mur ramène le traceur bleu dans la baie (figure 20-d-e). A la fin de la simulation, il reste un front de traceur à l'extérieur de la baie et une petite éjection du traceur mélangé entraîné par le petit vortex le long du mur vers la droite (figure 19-f & 20-f).

De toutes ces simulations, on note que le mélange des traceurs se fait toujours dans la baie due au mouvement du vortex au centre de la baie. Le mélange de traceurs est fortement sensible à la position initiale du front de traceurs. Cependant il n'y a pas une corrélation simple entre la position finale du front de traceur et du plus gros vortex (le vortex fusionné). Il faut donc être prudent quant à une telle association.

6. Conclusion

L'utilisation du modèle numérique pour cette étude nous a permis d'explorer le comportement des vortex près d'un côté comportant une baie; et de confirmer certains résultats trouvés par le professeur

Koshel et de ses collègues sur les vortex ponctuels. En particulier l'éjection de vortex ou de traceur de la baie.

De ces différentes simulation on a remarqué que les conditions pour que deux vortex interagissent près de l'ouverture ou à l'intérieur d'une baie ne dépendent pas de l'ouverture est-ouest de l'océan. La condition pour que les vortex fusionnent à l'extérieur ou à l'intérieur de la baie dépend de la taille relative de la baie et des vortex, de la distance entre les vortex et la cote, et entre les deux vortex. Si le deux vortex ne sont pas trop proches de la cote, leur vitesse de déplacement est plus faible, ils peuvent donc avoir le temps d'interagir et de fusionner facilement quand la distance entre eux devient inférieure ou égale à 3.2 fois leur rayon. Ils fusionnent également plus facilement quand l'un est au centre de la baie et l'autre contre le mur à l'extérieur entre dans la baie et interagit avec lui. Donc les frontières extérieures de l'océan influencent peu le comportement des vortex sauf en cas de mouvement plus direct de circulation des vortex le long des murs. Plus les frontières sont éloignées des la baie plus leur influence sur le comportement des vortex diminue. Pour une baie largement ouverte, les vortex peuvent ne pas fusionner car lorsque le vortex contre le mur entrera dans la baie il déplacera le vortex au centre de sa position d'équilibre. Ce dernier pourra donc sortir de la baie et s'éloigner de l'autre vortex. Quelque soit le signe des vortex, on observe leur déformation et une perte de masse sous forme de filament. Dans le cas où deux vortex de signe opposé sont à l'extérieur en amont et en aval de l'ouverture de la baie, que l'ouverture de la baie soit petite ou grande; ils interagissent à l'intérieur ou à l'extérieur de la baie et s'éjectent comme un dipôle.

En regardant le comportement des traceurs on voit que s'il y a un vortex à l'extérieur et un dans la baie; le vortex à l'extérieur fera entrer le traceur dans la baie et le vortex dans la baie fera sortir du traceur de la baie. Le mélange des traceurs se fait à l'intérieur de la baie; Une partie du traceur et de l'énergie peut être transportée par le petit vortex qui sort de la baie lorsque l'ouverture de la baie est assez grande.

Références

- E.A. Ryzhov, Yu.G. Izrailsky, K.V. Koshel, 2014 : Vortex dynamics of a fluid near a boundary with a circular cavity. *Izv. Atmos. Oceanic Phys.*, 50, 4, 420-425.
- E.A. Ryzhov, K.V. Koshel, 2016: Steady and perturbed motion of a point vortex along a boundary with a circular cavity. *Phys. Lett. A*, 380, 7-8, 896-902.
- E.A. Ryzhov, K.V. Koshel, 2018: Advection of passive scalars induced by a bay-trapped nonstationary vortex. *Ocean Dyn.*, DOI: 10.1007/s10236-018-1140-1
- E.A. Ryzhov, K.V. Koshel, X. Carton, 2018: Interaction of an along-shore propagating vortex with a vortex enclosed in a circular bay. *Phys. Fluids*, 30, 016602
- E. R. Johnson, O. R. Southwick, N. R. McDonald, 2016: A Simple Model for "Sheddies" - Ocean Eddies Formed From Shed Vorticity. *Journal. Phys. Ocean*, DOI: 10.1175/JPO-D-15-0251.1, 6-8

Annexe

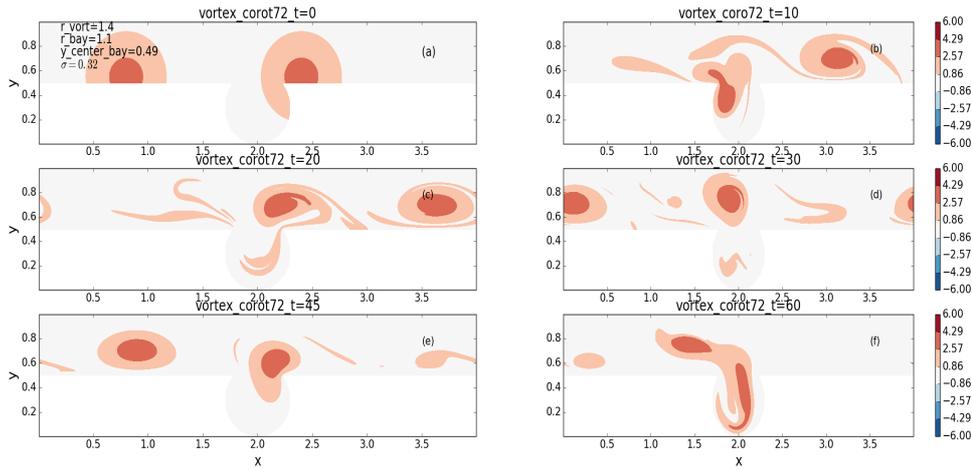


Figure 1-annexe: Evolution temporelle de 2 vortex le long de la cote comportant une baie, placés de façon asymétrique (océan ouvert à gauche et à droite)

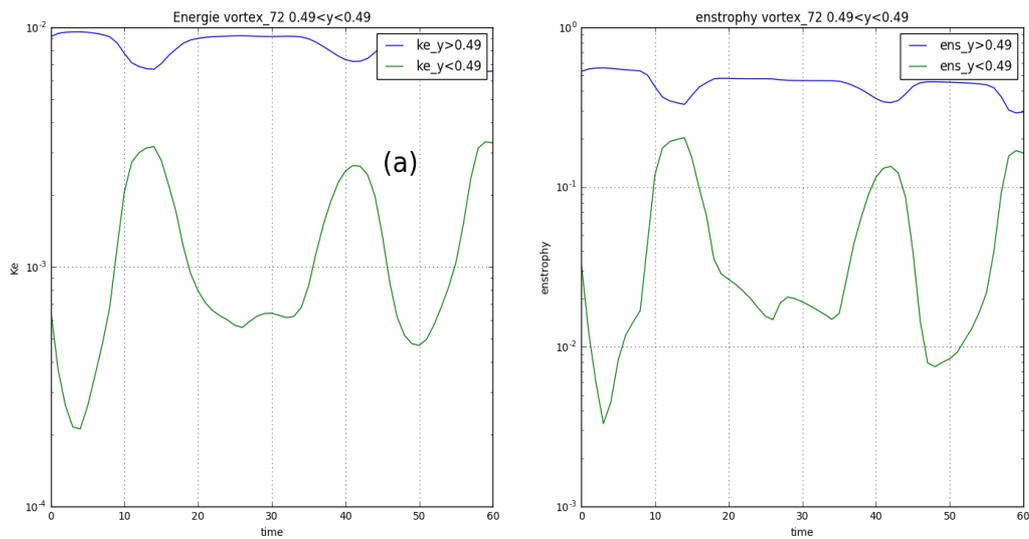


Figure 2-annexe: Variation temporelle de l'énergie et de l'enstrophie, pour l'expérience représentée sur la figure 1-annexe

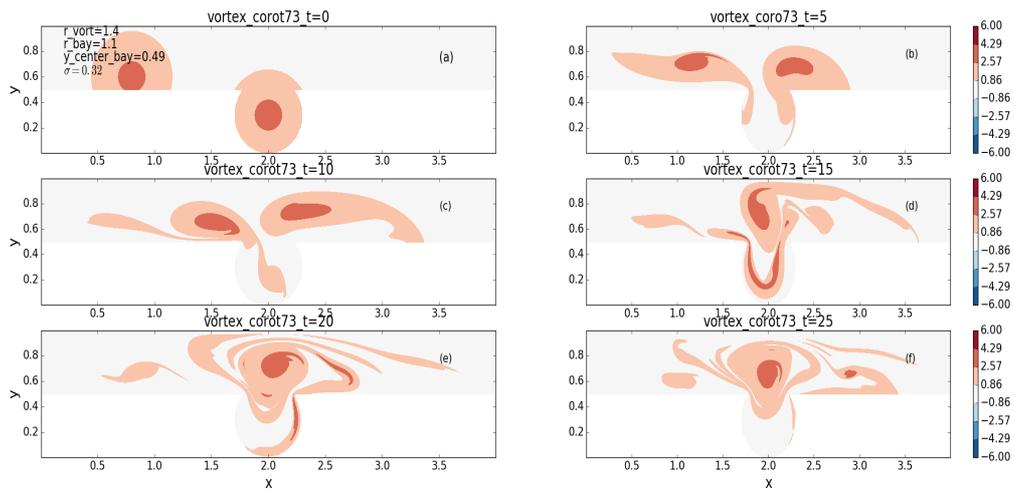


Figure 3-annexe: Evolution temporelle de 2 vortex le long d'une cote comportant une baie, un vortex au centre et l'autre contre la côte (océan ouvert à gauche et à droite); fusion à l'entrée de la baie, $R_{\text{vortex}} > R_{\text{baie}}$. La baie a une grande ouverture.

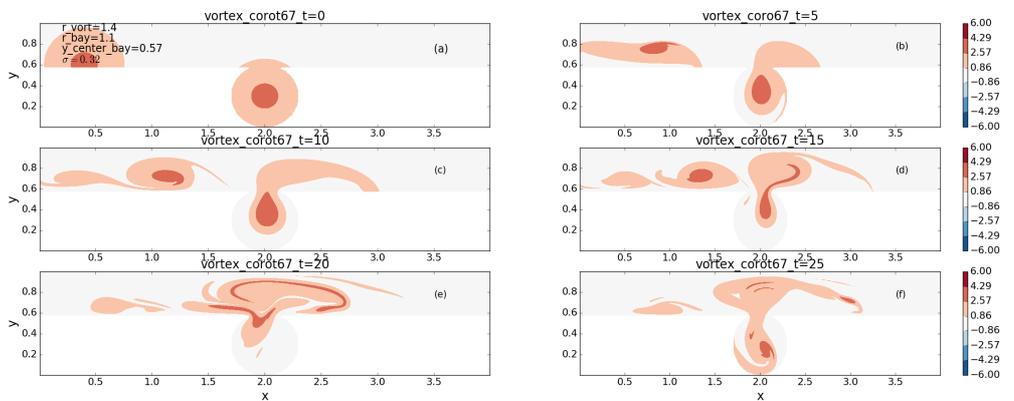


Figure 4-annexe: Evolution temporelle de 2 vortex le long d'une cote comportant une baie, un vortex au centre et l'autre contre la cote (océan ouvert à gauche et à droite); fusion à l'entrée de la baie $R_{\text{vortex}} > R_{\text{baie}}$. La baie a une ouverture moins grande que dans la cas de la figure 3-annexe à la fin 1/3 du vortex fusionné se trouve dans la baie.

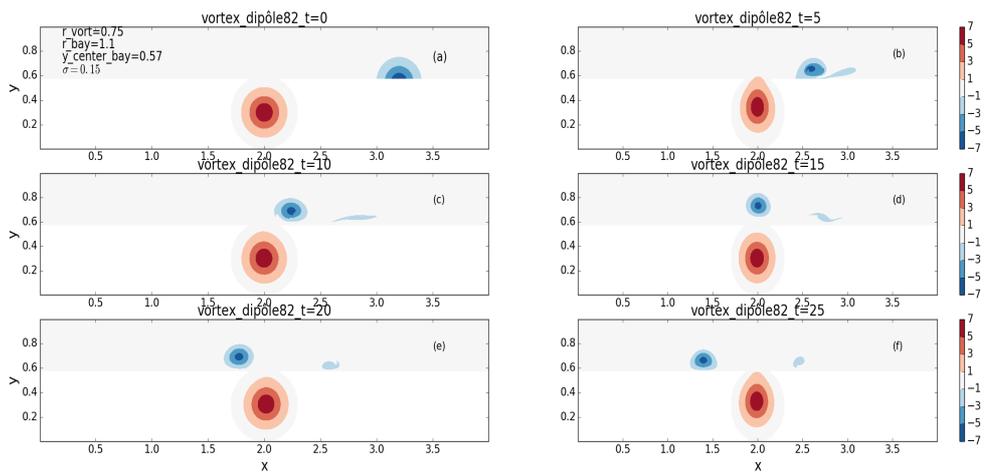


Figure 5-annexe: Evolution temporelle d'un dipôle près d'une côte comportant une baie; le vortex à noyau négatif contre le mur et celui à noyau positif au centre de la baie (petite ouverture). Passage du petit vortex autour du grand, à l'extérieur de la baie.

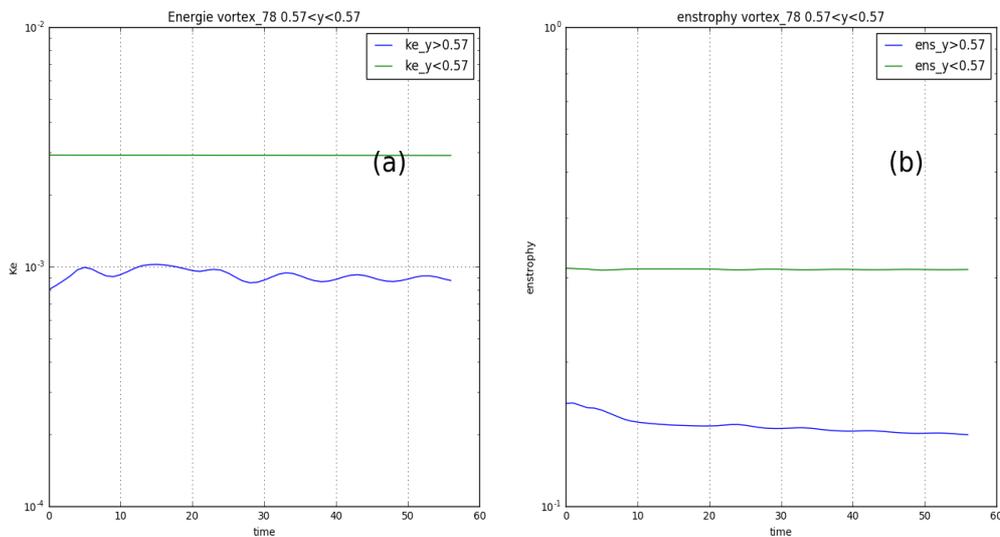


Figure 6-annexe: Variation temporelle de l'énergie et de l'enstrophie, de l'expérience représentée sur la figure 13.

Les courbe de stabilité:

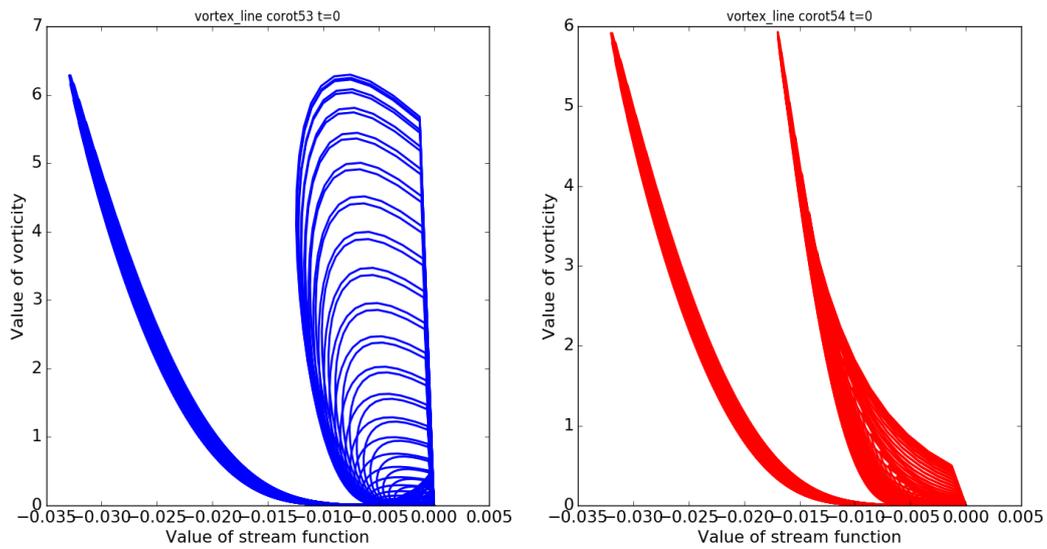


figure 7-annexe: Distribution de la vorticité en fonction de fonction de courant à $t=0$, au début de l'expérience.

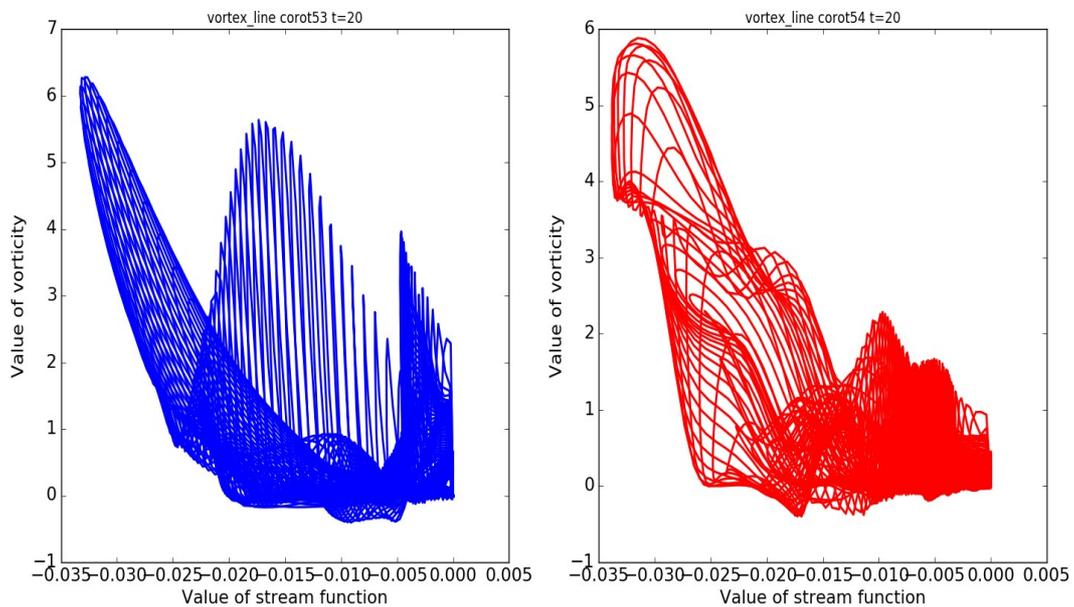


figure 8-annexe: Distribution de la vorticité en fonction de fonction de courant à $t=20$, au milieu de l'expérience le système est complètement instationnaire.

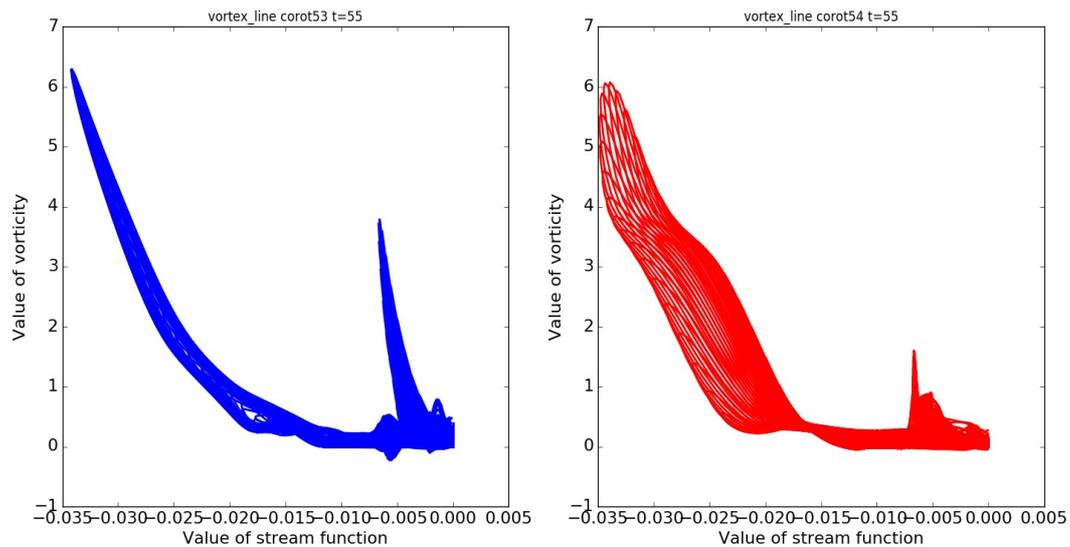


figure 9-annexe: Distribution de la vorticité en fonction de fonction de courant à t=72, à la fin de l'expérience le système devient stationnaire.

Engagement de non plagiat

Je soussigné Mr FADONUGBO Abdel-Aziz, assure avoir pris connaissance de la charte anti plagiat de l'université de Bretagne Occidentale.

Je déclare être pleinement conscient que le plagiat totale ou partiel de documents publiés sous différentes formes, y compris sur internet, constitue une violation des droits d'auteur ainsi qu'une fraude caractérisée. Je m'engage à citer toutes les sources que j'ai utilisées pour rédiger ce travail.